

Trierer Cusanus Lecture

Heft 13

Herausgegeben vom Institut für Cusanus-Forschung
in Verbindung mit der Universität Trier

Fritz Nagel

Nicolaus Cusanus – mathematicus theologus.

**Unendlichkeitsdenken und
Infinitesimalmathematik**



Paulinus

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Auflage 2007
Alle Rechte vorbehalten
© Cusanus-Institut Trier
ISBN 978-3-7902-1481-9
E-Mail: media@paulinus.de
www.paulinus.de

Satz: Alfred Kaiser
Satzsystem: TUSTEP, entwickelt und programmiert am Zentrum für Datenverarbeitung, Abteilung Literarische und Dokumentarische Datenverarbeitung, der Universität Tübingen
Druck: Druck und Medienservice Franz-Josef Weyand, Newel-Butzweiler

Fritz Nagel

Nicolaus Cusanus – mathematicus theologus. Unendlichkeitsdenken und Infinitesimalmathematik

Nicolaus Cusanus hat der Mathematik in seinem Leben und in seinem Denken einen bedeutenden Platz eingeräumt. Dies war bereits seinen Zeitgenossen bekannt. So schreibt Giovanni Andrea de Bussi, seit 1458 Begleiter und Sekretär des Kardinals, in seiner Lobrede auf Cusanus: »In den mathematischen Fächern war zu seiner Zeit niemand gelehrter als Nicolaus, was auch zahlreiche Schriften dieses Mannes bezeugen.«¹ Bussi weist hier auf das Korpus von fachmathematischen Abhandlungen des Cusanus hin, von denen sich 12 Stücke erhalten haben. Sie sind alle einem einzigen Themenkreis gewidmet, nämlich dem Problem der Quadratur des Kreises. Nicht im Blick hatte Bussi dabei die Tatsache, dass Cusanus nicht nur an spezifischen Fachproblemen interessiert war, sondern dass ihm diese Wissenschaft zugleich als Instrument philosophisch-theologischer Erkenntnisse gedient hat. Immerhin lässt Bussis gleichzeitiger Hinweis auf des Cusanus intensive Studien der Lehren Platons und der Pythagoreer ahnen, dass ihm die das Fachmathematische übersteigende Rolle der Mathematik bei Cusanus nicht unbekannt war.

Ein anderer Zeitgenosse hat die Doppelrolle der Mathematik bei Cusanus klarer wahrgenommen. Es handelt sich um Heimericus de Campo, der einst in Köln der Lehrer des Cusanus war. In seiner Schrift *Centheologicon* stellt er einhundert verschiedene Arten von Theologie vor, wobei er – allerdings ohne den Namen des Cusanus zu nennen – eindeutig Bezug auf dessen Schriften nimmt. In seinem Kapitel über die »theologia geometrica« bezeichnet er dann Cusanus als »mathematicus theologus«, der aus seinen Kreisquadraturversuchen Schlüsse hinsichtlich der Koinzidenz der Gesamtheit von Geschaffenem und Ungeschaffenem gezogen habe.²

¹ »In disciplinis mathematicis suo tempore Nicolao doctior fuit nemo, quod quidem viri illius plurimae testantur scriptiones.« Andrea de Bussi, Lobrede, in: M. Honecker, Nicolaus von Cues und die griechische Sprache, CSt II, Heidelberg 1938, S. 72.

In den Äußerungen Bussis und Heimerics treffen wir somit exemplarisch zwei Sichtweisen auf die Mathematik des Cusanus an, welche die Geschichte der Wirkung seines Denkens lange bestimmt haben. Auf der einen Seite wird der Blick vor allem auf den fachlichen Inhalt der mathematischen Schriften des Cusanus gerichtet. Auf der anderen Seite wird die Instrumentalisierung der Mathematik für theologische und philosophische Spekulationen bei Cusanus ins Zentrum gestellt. Diese Doppelsicht auf die Mathematik des Cusanus, insofern sie von isolierten unterschiedlichen Blickwinkeln aus geschah, hatte hinsichtlich der Beurteilung der mathematischen Arbeiten des Cusanus verhängnisvolle Fehleinschätzungen zur Folge. So nennt z.B. der Mathematiker Johannes Regiomontanus nach eingehendem Studium der mathematischen Schriften des Cusanus nur wenige Jahre nach dem Tod von deren Verfasser diesen einen »lächerlichen Mathematiker«, der nur »albernes Zeug« und »völlig wertlose Verfahren zur Kreisquadratur« angegeben habe.² Dieses den philosophisch-theologischen Kontext der fachmathematischen Schriften des Cusanus ignorierende Urteil mündet schließlich im 18. Jahrhundert in das den Kern der Sache völlig verfehlende Verdikt des Mathematikhistorikers Jean Etienne Montucla, der Ruf des Cusanus als Geometer sei so unbegründet, dass er sich der Verpflichtung enthoben sehe, auch nur die Titel der mathematischen Schriften des Cusanus zu nennen.⁴ Dem schließt sich

² »... idcirco conicit idem mathematicus theologus hoc modo posse circulum quadrari et per consequens maximam universitatis create quadraturam tam arismettricam quam geometricam posse rapi ad circulem universitatis increate, in qua maximum cum minimo coincidit, equalitatem...« Heimericus de Campo, *Centheologicon*, Ms. Brüssel, Bibliothèque Royale, cod. 11 571–75, fol. 11^{ra}–11^{rb}, in: R. Imbach, *Das Centheologicon des Heymericus de Campo und die darin enthaltenen Cusanus-Reminiszenzen, Hinweise und Materialien*, in: *Traditio*, vol. XXXIX, New York 1983, S. 476.

³ »Nicolaus autem Cusanus cardinalis, geometra ridiculus Archimedisque aemulus, quantas ostendabundus nostra tempestate invexit nugae? Quippe qui plurimos quadrabilis circuli modos edidit frivolos penitus...« Johannes Regiomontanus, Brief an Christian Roder vom 4.7.1471, in: M. Curtze, *Der Briefwechsel des Regiomontanus...*, in: *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften* 12, Leipzig 1902, S. 329.

⁴ »La réputation du cardinal de Cusa, en Géométrie, a moins de fondement: car il crut avoir trouvé la quadrature du cercle, prétention à laquelle s'opposa fortement Régimontanus, qui le réfuta avec solidité. Ses autres ouvrages géométriques ne contiennent guère une doctrine meilleure que sa quadrature; c'est pourquoi nous dispenserons même d'en citer les titres.« Jean Etienne Montucla, *Histoire des mathématiques*, t. 1, Paris 1758, pp. 442–443.

im 19. Jahrhundert etwa Hermann Hankel mit der Bemerkung an, Cusanus sei auf Grund seines Ruhmes als Logiker [sic] verführt worden zu glauben, auch »in der Mathematik in's Gelag hinein faseln zu dürfen«.⁵

In ähnlicher Weise ist auch Gottfried Wilhelm Leibniz zu einer negativen Beurteilung der mathematischen Schriften des Cusanus gelangt, die er als voll von Irrtümern und Widersprüchen bezeichnet.⁶ Wenn er allerdings dabei Cusanus in die Gruppe der von ihm so genannten »Halbgeometer« (semi-geometrae) einreicht, so klingt in dieser Bezeichnung immerhin die Einsicht an, dass das Urteil über das Fachmathematische in dessen Schriften möglicherweise nur einen Teil der Wahrheit trifft, einen weiteren Teil aber ausklammert.

Eine andere Linie der Überlieferungsgeschichte des Cusanus hebt nun ihrerseits die Bedeutung der Mathematik für die theologisch-spekulative Erkenntnis hervor. Ein frühes Beispiel hierfür sind die Ausführungen Gregor Reischs in seiner weitverbreiteten *Margarita philosophica* von 1504. Reisch widerlegt dort die Argumente über die Nutzlosigkeit der Fächer des Quadriviums, zu denen vor allem Arithmetik und Geometrie gehören, und begründet deren Nutzen für theologische Betrachtungen mit einer Berufung auf Cusanus: »Niemand hat jemals in den philosophischen Disziplinen ohne das Quadrivium den Gipfel der Vollkommenheit erklimmen können; keinem ist es möglich, ohne jenes auf rechte Art und Weise Wissen zu erwerben, und keiner kann schließlich ohne jenes auf rechte Weise philosophieren. Wer deshalb dieses übergeht, richtet das ganze Lehrgebäude der Philosophie zugrunde. Dies hat auch mit höchst einleuchtenden Beweisführungen der Kardinal Nicolaus Cusanus im ersten Buch der von ihm so betitelten Schrift *De docta ignorantia* bekräftigt. Denn auch er selbst ist mit Hilfe der mathematischen Disziplinen in gewisse Geheimnisse geheiligter Aussprüche eingedrungen, die vielen zuvor verborgen waren.«⁷

⁵ H. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik*, Leipzig 1874, S. 352.

⁶ »Talis erat Geometria, qua utebantur Cardinalis Cusanus, Orontius Finaeus alique Semi-geometrae plena erroribus et controversiis« Gottfried Wilhelm Leibniz, *Specimina initiis scientiae generalis addenda*, 8. Stück, in: Leibniz, *Philosophische Schriften*, ed. Gerhardt, vol. VII, Berlin 1890, S. 154.

⁷ »... nemo unquam in philosophie disciplinis ad perfectionis cumulum sine quadrivio evadere potuit nulli sine illo recte sapiendum: nulli denique recte est philosophandum, ob id quisquis hoc praetermisserit: omnem philosophie iam perdit doctrinam. Quod et de-

Parallelen zu Reischs Sichtweise auf die Mathematik des Cusanus finden wir wieder im Kreis um Jean Lefèvre d'Etaples. Als Beispiel sei hier lediglich eine Stelle aus der Einleitung zu dessen Edition der Opera des Cusanus von 1514 zitiert: »Es möge keiner glauben, dass die beschwerliche mathematische Wissensart nutzlos sei, da doch in ihr die göttlichen Dinge in ganz besonderem Maß widerleuchten. Und wer diese nicht kennen würde, kennt notwendigerweise die schönsten und angemessendsten Betrachtungen über Gott, die man als Handreichungen, Aufstiegshilfen und göttliche Paradigma bezeichnen kann, nicht, wie man aus dem ersten Buch der *Docta ignorantia*, aus *De coniecturis* und aus anderen Werken erkennen kann, in die jener göttliche Mann göttliche Wegleitungen, Aufstiegshilfen und Erhebungen mittels mathematischer Gegenstände eingestreut hat. ... Die Mathematik ist also eine große Sache, aber besonders groß, weil ihr eine Aufstiegsweise zum Göttlichen nicht fehlt.«⁸

Zeugnisse einer solchen Wertschätzung des theologischen Aspekts der Mathematik des Cusanus ließen sich noch zahlreich anführen. Ich erwähne hier nur Johannes Kepler, der in seinem *Mysterium Cosmographicum* (übrigens unter Verwendung des bereits von Lefèvre verwendeten Epithetons »divinus«) schreibt: »Dass die Quantität vor allen Dingen existiere, hat Gott deshalb gewollt, damit es eine Verhältnisbeziehung des Gekrümmten zum Geraden gäbe. Schon wegen dieser Sache allein scheinen mir Cusanus und andere fürwahr göttlich: weil sie das gegenseitige Verhältnis von Geradem und Gekrümmtem so hoch eingeschätzt und gewagt haben, das Gekrümmte mit Gott, das Gerade aber mit den Geschöpfen zu vergleichen.«⁹

monstrationibus lucidissimis Nycholaus de Cusa Cardinalis in primo quem de docta ignorantia praetitulavit libro confirmat. Nam et ipse mathematicis adiutus disciplinis quadam arcana sacrorum eloquiorum multis ante hac abscondita penetravit.« Gregor Reisch, *Margarita philosophica*, Straßburg 1504, lib. 4, tract. 1, cap. 1.

⁸ »Neque quisquam putet mathematicum laboriosum sciendi genus inutile esse, quandoquidem in eo divina maxime relucet; et quae qui ignoraverit, pulcherrimas et dignissimas de Deo contemplationes, quas manuuctiones, assurrectiones et divina paradigmata dicere possumus, ignorare necesse est, ut ex primo Doctae ignorantiae libro, ex Coniecturis et aliis libris agnoscere potest, quos vir divinus divinis anagogis, assurrectionibus elevationibusque per mathematica respersit ... Mathesis igitur magna est, sed tum maxime cum modus ad divina surgendi non abest.« Jean Lefèvre d'Etaples, p I, sig. aa 2^r.

⁹ »Quantitatem autem Deus ideo ante omnia existere voluit, ut esset curvi ad Rectum comparatio. Hac enim una re divinus mihi Cusanus aliique videntur: quod Recti Curvique

Wenn alle hier angeführten prominenten Zeugen von Heimericus de Campo über Lefèvre d'Etaples und Gregor Reisch bis Johannes Kepler in Cusanus in erster Linie nicht den Fachmathematiker, sondern vor allem den *mathematicus theologus* gesehen haben, so sollte dies auch uns dazu veranlassen, den fachlichen Gehalt seiner mathematischen Schriften nicht nur von einem innermathematischen Standpunkt aus zu betrachten, sondern ihn im funktionalen Zusammenhang seiner *theologia mathematica* zu sehen. Wir wenden uns daher jetzt der Mathematik des Cusanus im Rahmen ihres ursprünglichen Kontextes zu, um an einigen Beispielen exemplarisch unseren Blick zugleich für das eigentlich Zukunftsweisende auch der mathematischen Grundkonzepte des Cusanus zu schärfen.

Ein einziges mathematisches Problem war es, das Cusanus lebenslang beschäftigt hat. Es ist das Problem der Quadratur des Kreises. Worum geht es dabei? Gesucht wird ein geometrisches Verfahren, mit dessen Hilfe man ein Quadrat konstruieren kann, dessen Flächeninhalt gleich dem eines vorgegebenen Kreises ist. Das dazu äquivalente Problem ist die Rektifikation des Kreises, d.h. die Angabe der Konstruktion einer geraden Strecke, deren Länge gleich dem Umfang eines vorgegebenen Kreises ist. Wenn das eine gelöst wäre, wäre auch das andere gelöst. Die beiden komplementären Probleme haben die Mathematiker seit der Antike beschäftigt, ohne dass sie befriedigend gelöst werden konnten. Von Anfang an wurde die Möglichkeit oder Unmöglichkeit, eine Lösung zu finden, kontrovers diskutiert. Doch erst nachdem der Begriff »Konstruktion« dahin gehend verschärft worden war, dass als Hilfsmittel zur Lösung nur Zirkel und Lineal zugelassen wurden, und nachdem die Mathematiker über das mächtige Instrumentarium der Analysis und der modernen Algebra verfügten, konnte der Mathematiker Ferdinand Lindemann im Jahr 1882 beweisen, dass es unmöglich ist, den Kreis mit Zirkel und Lineal zu quadrieren. Anders ausgedrückt zeigte Lindemann, dass die Zahl π , die das Verhältnis von Kreisumfang zum Kreisdurchmesser bezeichnet, nie als Lösung einer algebraischen Gleichung auftreten kann, dass π also eine sogenannte transzendente Zahl ist.¹⁰

ad invicem habitudinem tanti fecerunt, et Curvum Deo, Rectum creaturis ausi sint comparare.« Johannes Kepler, *Mysterium cosmographicum*, Tübingen 1596, cap. 2, in: Johannes Kepler, *Gesammelte Werke*, Bd. 1, München 1938, S. 23.

¹⁰ F. Lindemann, Über die Ludolphsche Zahl, in: *Berichte der Berliner Akademie der Wis-*

Wie kommt nun Nicolaus Cusanus dazu, sich mit dem genannten mathematischen Problemkreis zu befassen? Ein früher Hinweis auf das Problem der Kreisquadratur findet sich in seinem um 1436 während des Basler Konzils verfassten Gutachten zur Kalenderreform. Wir lesen dort: »Einige sind zu der Behauptung gelangt, dass alle Bewegungen der überhimmlischen Dinge dem menschlichen Verstand inkommensurabel seien ..., und so sagen sie, dass die obere Bewegung mit dem menschlichen Vermögen [nur so] erfassbar ist, wie der Kreis von ebendiesem Vermögen quadrierbar ist«¹¹ Es scheint mir charakteristisch zu sein, dass sich in diesem frühen Beleg bei Cusanus kein Hinweis auf ein fachmathematisches Interesse am konkreten Problem findet. Obwohl Cusanus mindestens seit 1428, als er Ramon Lulls Traktat *De quadratura et triangulatura circuli* eigenhändig abschrieb,¹² mit der fachlich-geometrischen Problematik vertraut war, führt er in der Kalenderschrift die These von der Unlösbarkeit der Kreisquadratur lediglich als Analogie an, um die Inkommensurabilität der Himmelsbewegungen für das menschliche Erkenntnisvermögen zu verdeutlichen.

Konkret und mit vollem Bewusstsein für die Bedeutung seines Vorgehens setzt Cusanus die geometrischen Figuren als Instrumente philosophisch-theologischer Erkenntnisuche dann vor allem in seinem ersten großen philosophischen Werk, in *De docta ignorantia*, ein. Hier gibt Cusanus auch eine Begründung für die Verwendung mathematischer Objekte in der Theologie. So stellt er z.B. in der Überschrift zum 11. Kapitel des ersten Buches die Behauptung auf, »dass die Mathematik uns beim Erfassen der verschiedenen göttlichen Eigenschaften sehr viel helfe«.¹³ Im Text des Kapitels begründet er dann diese These näher. Eine Untersuchung, die mit Hilfe von Bildern das Unbekannte sucht, indem sie Ver-

senschaften, Bd. 2, Berlin 1882, S. 679–682, und ders., Über die Zahl π , in: Mathematische Annalen, Bd. 20 (1882), S. 221–225.

¹¹ »... quod quidam compulsi fuerunt dicere omnem motum supercaelestium incommensurabilem esse rationi humanae . . . ; et ita dicunt motum superiorem per humanum ingenium comprehensibilem sicut circulus per idem ingenium est quadrabilis . . . « Die Kalenderverbesserung. De Correctione Calendarii, ed. Stegemann, in: Schriften des Nikolaus von Cues, Heidelberg 1955, S. 18.

¹² J. E. Hofmann, Die Quellen der cusanischen Mathematik I: Ramon Lulls Kreisquadratur, CSt VII, Heidelberg 1942.

¹³ »Quod mathematica nos iuvat plurimum in diversorum divinorum apprehensione«. Doct. ign. I, c. 11, 30 (h I, S. 22, Z. 2–3).

hältnisbeziehungen überhöhend betrachtet, so argumentiert er, muss von möglichst sicheren Voraussetzungen ausgehen. Alle sinnlich wahrnehmbaren Dinge sind aber wegen der ihnen innewohnenden Vielfalt von Möglichkeiten durch Instabilität gekennzeichnet. Demgegenüber sind abstrakte Gegenstände, wie die mathematischen, für uns die unwandelbarsten und sichersten Objekte. Sie sind daher als helfende Bilder bei der Erkenntnisgewinnung besonders geeignet. Dabei sieht sich Cusanus durchaus in einer Traditionslinie, die von den Pythagoreern über Plato bis zu Boethius und Augustinus reicht. So erklärt er: »Auf den Pfaden der Alten und mit ihnen im Wettstreit erklären auch wir: Da uns zu den göttlichen Dingen nur der Weg durch Symbole offen steht, so ist es recht angemessen, wenn wir uns der mathematischen Zeichen wegen deren unverrückbaren Sicherheit bedienen.«¹⁴

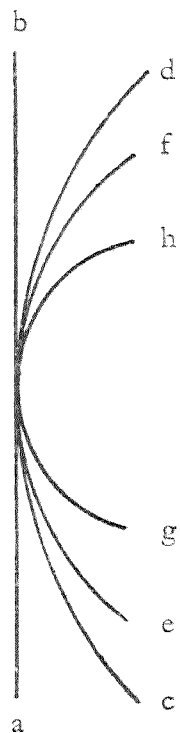
Cusanus geht es letztlich um Aussagen über das schlechthin Größte. Geometrische Figuren sind aber stets endlich. Für eine »mathematische Theologie« schlägt er daher folgendes Vorgehen vor: Die Mathematik kann die Eigenschaften und Verhältnisse endlicher Figuren beschreiben. Soll sie aber zu Einsichten über das unendlich Einfache verhelfen, muss sie die Eigenschaften endlicher Figuren zunächst analog (correspondenter) auf unendliche Figuren übertragen. Diese Figuren sind aber auch für den Geometer nicht mehr anschaulich gegeben. Die mathematischen Symbole verweisen daher schon an dieser Stelle auf ihr Zerbrechen als einen wesentlichen Teil ihres Symbolcharakters. Nach diesem ersten Schritt müssen nun die Verhältnisbeziehungen der bereits nicht mehr anschaulich gegebenen unendlichen geometrischen Figuren in einem nächsten Schritt auf das einfach Unendliche übertragen werden, das von aller Figürlichkeit gänzlich frei ist. So wird die Unwissenheit des Suchenden auf nicht begreifbare Weise belehrt, wie er, der sich in Rätselbildern müht, in richtiger und wahrer Weise über das Höchste denken soll.

In diesem Programm der *Docta ignorantia* für eine »mathematische Theologie« ist nun aber implizit auch eine Forderung enthalten, welche die Fachmathematik betrifft. Cusanus fordert den Einbezug unendlicher

¹⁴ »Hac veterum via incedentes, cum ipsis concurrentes dicimus, cum ad divina non nisi per symbola accedendi nobis via pateat, quod tunc mathematicalibus signis propter ipsorum incorruptibilem certitudinem convenientius uti poterimus.« Doct. ign. I, c. 11, 32 (h I, S. 24, Z. 6–9).

Figuren in die Geometrie, deren Eigenschaften durch geeignete Übertragung der Eigenschaften entsprechender endlicher Figuren erschlossen werden sollen. Sein Vorgehen erläutert er am Beispiel der größten und unendlichen Linie. Dass diese Linie eine Gerade ist, ist für ihn von sich aus einleuchtend. Die unendliche Linie sei aber zugleich auch Dreieck; Kreis und Kugel. Der Beweis des Cusanus soll hier lediglich am bekannten Beispiel des Kreises in Erinnerung gerufen werden. Man betrachte eine Schar von Kreisen mit einer gemeinsamen Tangente (siehe Fig. 1). Die Kreise haben alle eine verschiedene Krümmung, während die Tangente geradlinig ist. Je größer nun der Radius eines Kreises ist, desto kleiner wird die Krümmung seines Umfangs. Der größte Kreis hat also die geringste Krümmung und ist daher vollständig gerade. Die größte Linie ist also im höchsten Maß geradlinig und im geringsten Maß gekrümmt. Die unendliche Linie ist notwendig gerade, aber ihre Geradheit steht der Gekrümmtheit nicht kontradiktorisch gegenüber. Wir erkennen daher – so Cusanus –, dass das Kleinste mit dem Größten koinzidieren kann.

Es ist klar worauf Cusanus mit diesen Argumenten hinauswill. Er will einsichtig machen, dass das Unendliche all das in Wirklichkeit ist, was im Endlichen der Möglichkeit nach angelegt ist, und dass somit in ihm die Gegensätze zusammenfallen. Entsprechend fasst er das Resultat seiner Überlegungen wie folgt zusammen: »Daher erscheint hier eine große Einsicht, die man aus diesen Überlegungen hinsichtlich des Größten gewinnen kann. Dieses erweist sich nämlich als so beschaffen, dass in ihm das Kleinste das Größte ist, so dass alle Gegensätzlichkeit im Unendlichen völlig überschritten wird.«¹⁵ Das spezielle Vorgehen, aus den Eigenschaften endlicher geometrischer Figuren auf die Eigenschaften un-



¹⁵ »Unde hic videtur magna speculatio, quae de maximo ex isto trahi potest: quomodo ipsum est tale, quod minimum est in ipso maximum, ita quod penitus omnem oppositionem per infinitum supergreditur.« Doct. ign. I, c. 16, 42 (h I, S. 30, Z. 19–22).

endlicher Figuren zu schließen und diesen Prozess dann im Hinblick auf das absolut Unendliche weiterzutreiben, dient Cusanus letztlich dazu, sein Prinzip der *coincidentia oppositorum* verständlich zu machen. Gleichzeitig soll aber auch einsichtig werden, dass wie beim Übergang vom mathematisch Endlichen zum mathematisch Unendlichen ein verstandesmäßiger Sprung nötig ist, bei welchem die endlichen geometrischen Figuren als solche verschwinden, so auch beim Übergang von der unendlichen Figur zum absolut Unendlichen alles Figürliche zurückzulassen und aufzugeben ist.

Im dritten Buch der *Docta ignorantia* spielt Cusanus dann indirekt auf die Kreisquadratur an, wenn er auf die Einzigartigkeit alles Individuellen im Universum hinweist und die Unmöglichkeit absoluter Gleichheit unterstreicht. Obwohl die Fläche des einem Kreis einbeschriebenen Quadrats kleiner ist als die des umbeschriebenen und man beim Übergang vom einbeschriebenen zum umbeschriebenen Quadrat die Kreisfläche passiert, wird es wegen des Individuationsprinzips kein dem Kreis absolut flächengleiches Quadrat geben können. Cusanus lehnt damit aus philosophischen Überlegungen den sogenannten Zwischenwertsatz ab. Dieser besagt, dass dort, wo es ein Größeres und ein Kleineres gibt, es auch ein Gleiches geben muss. Eine genaue Kreisquadratur ist daher für Cusanus unmöglich, und er verspricht, hierzu in seinem Buch *De coniecturis* Näheres auszuführen.¹⁶

Betrachten wir nun aber die hier angekündigten Ausführungen zur Kreisquadratur in *De coniecturis*, so fällt uns eine Änderung seiner Auffassung von Mathematik auf. Während in *De docta ignorantia* die mathematischen Bilder als Hilfsmittel der *theologia mathematica* zur Verdeutlichung des Koinzidenzprinzips benutzt wurden, wird jetzt in *De coniecturis* das Koinzidenzprinzip von der Mathematik ausdrücklich ausgeschlossen. Neue Überlegungen zum Problem des Verhältnisses von *ratio* und *intellectus* haben nämlich Cusanus erkennen lassen, dass die mathematischen Sätze, die durch die *ratio* begründet werden, ihre Richtigkeit daher beziehen, dass das

¹⁶ »... etiam si uno tempore minus eo fuerit et alio maius, hunc transitum facit in quadam singularitate, ut numquam aequalitatem praecisam attingat; sicut quadratum inscriptum circulo transit ad magnitudinem circumscripti de quadrato, quod est minus circulo, ad quadratum circulo maius, absque hoc quod umquam perveniat ad aequale sibi, et angulus incidentiae de minori recto ad maiorem ascendit absque medio aequalitatis. Et plura horum in libro Coniecturarum eliciuntur.« Doct. ign. III, c. I, 188 (h I, S. 122, Z. 7–14).

Prinzip der *coincidentia oppositorum* in diesem Bereich keine Gültigkeit hat. So schreibt er: »Wenn man Dich fragt: warum ist bei allen Dreiecken die Summe zweier Seiten größer als die dritte oder warum ist das Quadrat über dem Durchmesser eines Quadrates doppelt so groß wie das Quadrat oder warum ist [im rechtwinkligen Dreieck] das Quadrat der Seite, welche dem rechten Winkel gegenüber liegt, gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten, so wirst Du antworten: dies ist auf dem Weg der *ratio* notwendig so, weil sonst der Zusammenfall kontradiktorischer Gegensätze folgen würde. ... Zu wissen, dass sich alles auf dieses Prinzip des zu vermeidenden [Hervorhebung von mir] Zusammenfalls der kontradiktorischen Gegensätze zurückführen lässt, genügt für alle Wissenschaften, die man mit der *ratio* erforschen kann.«¹⁷

Diese hier neu auftretende These des Cusanus, das Vermeiden der »coincidentia contradictionis« sei geradezu das Grundprinzip aller rational vorgehenden Wissenschaften, konnte selbstverständlich nicht ohne Einfluss auf seine Einstellung zur Kreisquadratur bleiben. Vor längerer Zeit, so schreibt er daher an gleicher Stelle, habe er die Quadratur des Kreises, die aber wegen der erwähnten und zu vermeidenden Koinzidenz unerreichbar und unzulässig sei, mittels der *ratio* zu erreichen versucht, und bei diesen Versuchen sofort eingesehen, was in der Geometrie zu bejahen und was zu verneinen sei. Allen Axiomen und Beweisen Euklids liege nämlich, so stellt Cusanus fest, der Satz zugrunde, dass die Koinzidenz des Kontradiktorischen zu vermeiden sei. Da nun aber die Kreisquadratur oder besser gesagt die Kreisrektifikation voraussetzt, dass Sehne und Bogen, d.h. Gerades und Gekrümmtes, im unendlich Kleinen zusammenfallen, sei diese nur möglich, wenn man die euklidischen Axiome, wie z.B. die Dreiecksungleichung, außer Kraft setzt.¹⁸ Hatte Cusanus in *De docta igno-*

rantia die Kreisquadratur noch wegen der prinzipiellen Unterschiedenheit und Impräzision innerweltlicher Dinge abgelehnt, so sieht er jetzt also den Grund für deren Undurchführbarkeit im Ausschluss des Koinzidenzprinzips aus der klassischen Mathematik.

Man könnte nun meinen, damit sei das letzte Wort des Cusanus zur Kreisquadratur gesprochen. Doch kündigt er unmittelbar an der zitierten Stelle an: »Ich habe im Lauf meines Lebens irgendwann einmal vor, diesen Grundsatz der Mathematik zu erläutern, um diese Wissenschaft auf diesem Weg zu einem gewissen befriedigenden Abschluss zu führen.«¹⁹ Cusanus macht sich also auf den Weg, die Mathematik, von der er in *De coniecturis* das Koinzidenzprinzip fernhalten zu müssen glaubt, unabhängig von den Implikationen zu betrachten, die ihre Instrumentalisierung für die *theologia mathematica* der *docta ignorantia* mit sich brachten. Dieser Weg führt uns nun zu seinen mathematischen Schriften, die alle in den Jahren zwischen 1445 und 1459 entstanden sind.

Bereits in seiner ersten fachmathematischen Schrift über die Kreisquadratur, in *De geometricis transmutationibus* von 1445, vollzieht Cusanus eine unerwartete Kehrtwendung. Er wendet sich von der in *De coniecturis* vertretenen These der Unmöglichkeit der Kreisquadratur ab und lässt unter bestimmten Voraussetzungen eine Lösung zu. Fast alle, die sich mit dieser Aufgabe beschäftigt haben, so schreibt er, hätten den Grund dafür darin erkannt, dass die Natur der Koinzidenz der Vereinigung von Geraden und Gekrümmtem widersteht. Er aber habe jetzt eine neue, bisher unbekannte Kunst entdeckt und mit dieser eine einfache Lösung gefunden. »Nach fast zahllosen Ansätzen, mit denen ich mich (allerdings immer vergeblich) mühte, um zur beabsichtigten Kunst zu gelangen, hat sich mir durch den Rückgriff auf das in meiner Schrift *De docta ignorantia* angewendete Prinzip endlich ein Weg aufgetan. Es erfordert aber die Kunst, die ich

¹⁷ »Scire igitur ad hoc principium vitandae coincidentiae contradictionis omnia reducere est sufficientia omnium artium ratione investigabilium.« De coniect. lib. II, cap. II, 81 (h III, S. 79, Z. 15–17).

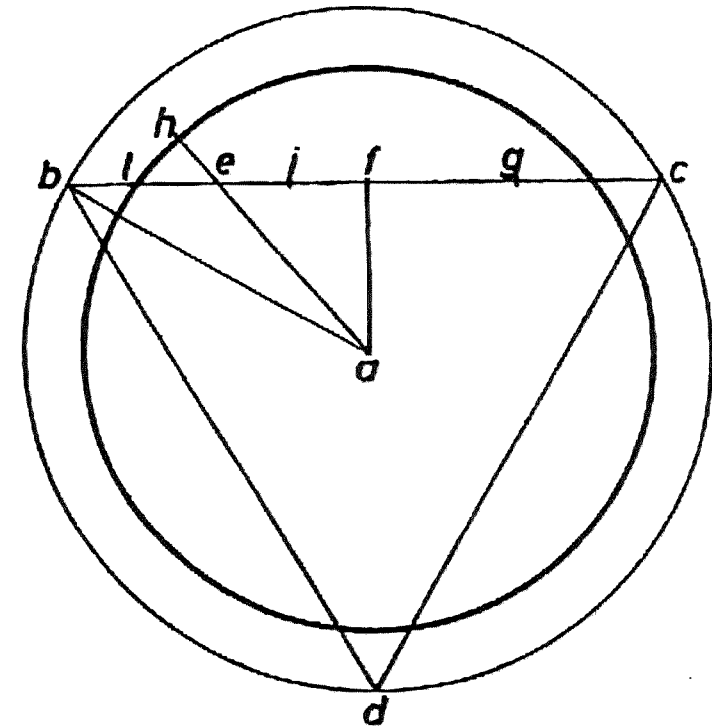
¹⁸ »Temptavi ego aliquando affirmans quadraturam circuli per rationem inattingibilem atque inadmissibilem propter iam dictam coincidentiam vitandam et statim quid geometrice affirmandum quidve negandum vidi. Nam in ipsis animorum conceptionibus atque in cunctis demonstrationibus Euclidis aut quorumcumque unicam hanc causam repperi in varietate figurarum. Quis non videt, si duo latera trianguli simul iuncta possent esse tertio aequalia, quod quadratura circuli haec proportio attingeretur? Si enim omnis chorda minor est quam arcus, cui subtenditur, et chorda minoris arcus similior est arcui suo quam chorda maioris, manifestum est, si admitteretur duas chordas mediorum arcuum

aequales fore chordae integri arcus, quadraturam circuli et recti et curvi coincidentiam subinferri.« De coniect. lib. II, cap. II, 82 (h III, S. 79, Z. 18 – S. 80, Z. 16). Zur Problematik der unterschiedlichen Textüberlieferungen dieser Passage vgl. den Kommentar in h III, S. 215, sowie die plausiblen Ausführungen hinsichtlich deren Interpretation in: Kurt Flasch, Nikolaus von Kues. Geschichte einer Entwicklung, Frankfurt a. M. 1998, S. 173, Anm. 307.

¹⁹ »Temptabo hanc mathematicae radicem aliquando vita comite explicare, ut ipsam scientiam hac via ad sufficientiam quandam reducam.« De coniect. lib. III, cap. II, 82 (h III, S. 80, Z. 21–23).

suche, neben dem in der Geometrie schon Überlieferten die Verwandlung des Gekrümmten in das Gerade und des Geraden in das Gekrümmte. Da jedoch zwischen diesen kein rationales Verhältnis stattfindet, muss sich das Geheimnis in einer Koinzidenz der Extreme verbergen.²⁰ Cusanus kehrt also bei seinen Bemühungen um die Kreisquadratur doch wieder zum Koinzidenzprinzip der *Docta ignorantia* zurück, das er in *De coniecturis* grundsätzlich aus der Mathematik verbannt hatte.

Wie sieht nun aber ein solches, sich auf das Koinzidenzprinzip abstützende Verfahren aus? Ohne hier in geometrische Einzelheiten eintreten zu wollen,²¹ sei nur dies bemerkt: Cusanus betrachtet z.B. ein gleichseitiges Dreieck mit Umkreis und Inkreis (siehe Fig. 2) und versucht, den Radius des zum Dreieck isoperimetrischen, d.h. umfangsgleichen Kreises zu bestimmen. Dazu betrachtet er die Strecke vom Mittelpunkt *a* des Dreiecks bis zu dem die Dreiecksseite *bc* viertelnden Punkt *e* und verlängert diese Strecke um ein Viertel ihres Betrags bis zum Punkt *h*. Die Strecke *ah* sei dann, so behauptet er, der Radius des zum Dreieck isoperimetrischen Kreises. Um dies zu »beweisen«, argumentiert Cusanus wie folgt: Er betrachtet zwei beliebige Punkte *i* und *l* auf der Dreiecksseite rechts bzw. links von *e*. Deren Abstände vom Mittelpunkt *a* verlängert er jeweils im Verhältnis ihres jeweiligen Abstands von *e* zu dem ihres Abstandes vom Mittelpunkt *a*, d.h. in den Verhältnissen $le : la$ bzw. $ie : ia$. Diese Verhältnisse sind verschieden. Die Strecken *al* bzw. *ai* sind Radien von Kreisen, die einmal größer und einmal kleiner als der Radius *ah* des isoperimetrischen Kreises sind. Rücken nun *l* und *i* immer näher zusammen, so werden die beiden Kreise mit den Radien *al* und *ai* immer mehr zum isoperimetrischen Kreis. Die oben angenommenen verschiedenen Verhältnisse müssen dann gleich werden. Dies sei aber nur in einem Punkt, der die Dreiecksseite *ac* viertelt, der Fall, also in *e*.



Vom fachlichen Standpunkt ist gegen das hier geschilderte Verfahren und seinen »Beweis« einiges und Schwerwiegendes einzuwenden. Darauf sei hier nicht eingegangen. Interessant und zukunftsweisend ist allerdings der Gedanke des Cusanus, aus funktionalen Zusammenhängen der Glieder einer Folge, hier der Radien derjenigen Kreise, welche größer bzw. kleiner als der Radius des isoperimetrischen Kreises sind, auf eine Eigenschaft des Grenzwertes der Folge, hier des Radius des isoperimetrischen Kreises, zu schließen. Hinzukommt, dass das Verfahren erfolgreich ist. Der nach diesem Verfahren berechnete Wert von π liegt, wie zu fordern ist, mit 3,1423 innerhalb archimedischen Grenzen, die auch Cusanus kannte.

Beflügelt von diesem Erfolg entwirft Cusanus nun immer neue mathematische Schriften, in denen er sich mit unterschiedlichen Ansätzen

²⁰ »Post innumeros pene modos, quibus (semper tamen deficiens) ad institutam artem pervenire contendi, tandem ad principium quo in libris de docta ignorantia usus sum respiciens via mihi patefacta extitit. Exigit autem ars quam inquiri propter ea iam tradita in geometricis versionem curvi in rectum ac recti in curvum. Inter quae cum nulla rationalis proportio cadat, oportet in quadam coincidentia extremorum hoc latere secretum.« *De geometricis transmutationibus*, p II, fol. 23^v.

²¹ Zum Fachmathematischen bei Cusanus vgl. z.B. die Kommentare von J. E. Hofmann, in: *Schriften des Nikolaus von Cues*, Heft 11, Die mathematischen Schriften, Hamburg 1952, und M. Folkerts, *Die Quellen und die Bedeutung der mathematischen Werke des Nikolaus von Cues*, in: *MFCG* 28, Trier 2003, S. 291–332.

um andere und verbesserte Lösungen des Problems bemüht. Wieder wendet er dabei den Blick von der Fachmathematik zur *theologia mathematica* zurück. So lesen wir in der Widmung seiner Schrift *De circuli quadratura* von 1450: »Wisse aber, dass ich den Gegenstand deinetwegen so behandelt habe, damit du nach Verlassen der mathematischen Wissenschaften dich durch die Angleichung dieser Abhandlung leichter auf das Gebiet der Theologie begeben kannst.«²² In einer weiteren Schrift mit dem Titel *Quadratura circuli*, die ich bereits früher auf 1453 datiert habe,²³ kennt seine Begeisterung für das Erreichte kaum Grenzen: »Das ist die letzte Vollen- dung der geometrischen Kunst. Wir lesen nicht, dass die Alten soweit vorgestoßen sind. ... Und wir glauben, dass von dem, was man auf geo- metrischem Gebiet wissen kann, jetzt nichts mehr verborgen bleiben kann, wenn sich einer mit Hingabe dieser Untersuchung widmet. Das Vorliegende habe ich geschrieben, um die Kraft der Kunst der Koinziden- zen sichtbar zu machen; mittels dieser Kunst kann man auf jedem Gebiet das Verborgene durchdringen. Einzig und allein aus der Koinzidenz von In- und Umkreisradius, die in allen Vielecken verschieden sind und nur im Kreis zusammenfallen, hat uns die Untersuchung ans Ziel geführt. Lob sei Gott.«²⁴ Das aus der *theologia mathematica* übernommene Koinzidenzprinzip legt Cusanus also auch seinen anderen mathematischen Schriften zu- grunde. Neben ihrem fachmathematischen Inhalt sollen sie alle dazu die- nen, die Stärke dieses Prinzips zu demonstrieren und es zugleich auch für philosophisch-theologische Untersuchungen zu empfehlen.

²² »Hoc tamen me fecisse sic tui causa recipito, ut per huius assimilationem mathematicis relictis facilius ad theologiam te transferre queas.« *De circuli quadratura*, [1]. Der kritisch bearbeitete Text dieser in h noch nicht publizierten Schrift wurde mir freundlicherweise von deren Editor, Herrn Prof. Menso Folkerts, München, zur Verfügung gestellt, dem ich hiermit herzlich danke.

²³ F. Nagel, Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften, Buchreihe IX, Münster, 1984, S. 70–73.

²⁴ »Et haec est perfectio ultima geometricae artis, ad quam hactenus veteres non legimus devenisse. ... Et putamus nihil scibilis in geometricis nunc volenti diligenter in hoc medio inquirere remanere occultum. Haec sic maxime scripserim, ut videatur potentia artis coincidentiarum, per quam in omni facultate occulta penetrantur. Ex sola enim coincidentia semidiametrorum inscripti et circumscripti circulorum in omnibus polygoniis differentium et in circulo tantum coincidentium inquisitio nos ad praemissa perduxit. Laus Deo.« *Quadratura circuli*, [11] u. [12]. Auch dieser kritisch bearbeitete Text der noch nicht in h edierten Schrift wurde mir von Herrn Folkerts dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.

Die hier erwähnte Schrift *Quadratura circuli* enthält nun einen weiteren neuen mathematischen Ansatz zur Kreisquadratur. Wieder betrachtet Cusanus die Folge der zu einem Kreis isoperimetrischen Vielecke, deren Fläche sich bei Vermehrung der Eckenzahl immer mehr der Kreisfläche nähert. Die Umkreis- und Inkreisradien der Vielecke streben bei Erhö- hung der Eckenzahl immer mehr gegen den Kreisradius. Cusanus behaup- tet nun, dass bei zwei verschiedenen isoperimetrischen Vielecken das Ver- hältnis der Differenzen der Inkreisradien zu den Differenzen der Um- kreisradien konstant und zwar unabhängig von der betrachteten Ecken- zahl sei. In seinen Worten heißt dies: »Es werden also in allen Vielecken *excessus* und *diminutio*, die sich so zu einander verhalten, in ein und der- selben Proportion stehen.«²⁵ Des Cusanus entscheidender Schluss besteht nun darin anzunehmen, dass, wenn diese Proportion für alle Vielecke gilt, die zu ein und demselben Kreis isoperimetrisch sind, diese auch für den Kreis gilt. Cusanus berechnet daher die von ihm statuierte Proportion am isoperimetrischen Dreieck, um daraus – einen linearen funktionalen Zu- sammenhang voraussetzend – den Radius des isoperimetrischen Kreises zu bestimmen. Leider ist in seiner Schrift diese Rechnung nur für dieses eine erste isoperimetrische Vieleck überliefert. Hätte er andere Beispiele, d.h. Vielecke mit höherer Eckenzahl, gewählt, so hätte er gesehen, dass der so erhaltene Wert von π außerhalb der archimedischen Grenzen liegt und damit schlechter als der Wert aus *De geometricis transmutationibus* ist. Sein Freund, der Mathematiker Paolo Toscanelli, hat Cusanus auf den entscheidenden Fehler seines Vorgehens, der sich in *De mathematicis com- plementis* wiederholt, aufmerksam gemacht. Cusanus habe, so Toscanelli, ohne jede Begründung angenommen, dass die betrachteten Proportionen von *excessus* und *diminutio* bei den isoperimetrischen Vielecken dem Gesetz der Linearität unterliegen würden. In Wirklichkeit könnten sie doch auch in einem ganz anderen funktionalen Zusammenhang stehen.²⁶

Bei aller Berechtigung dieser Kritik darf jedoch ein zukunftsweisender Gedanke in der *Quadratura circuli* nicht übersehen werden. Es ist ein Ge-

²⁵ »Erunt igitur in omnibus polygoniis excessus et diminutio tales se ad invicem habentes in proportione una.« *Quadratura circuli*, [3].

²⁶ »Sed non video cur duae lineae hb et bd concludentes omnes illos excessus primarum et secundarum, non possunt esse curvae omni generi curvitatatis, et tunc non procederet demonstratio.« Magister Paulus ad Nicolaum Cusanum Cardinalem, n, p. 14.

danke, der später bei der Entwicklung der Infinitesimalrechnung im 17. und 18. Jahrhundert wieder aufgenommen wird. Er besagt, dass es möglich ist, aus den Verhältnissen von einzelnen Gliedern einer unendlichen Zahlenfolge für genügend große Nummern einen Wert zu berechnen, der dem gesuchten Wert beliebig nahe kommt, ohne ihn jedoch je genau zu erreichen. Hierin sehe ich einen ersten Ansatz für einen der zentralen Begriffe der Infinitesimalmathematik, für den Begriff »Grenzwert« oder »limes«. Entscheidend für die Definition dieses Begriffs ist nun aber die Präzisierung des Ausdrucks »beliebig nahe kommen«. Auch hierzu sehe ich erste Überlegungen bei Nicolaus Cusanus, die bisher nur wenig beachtet wurden. Wenden wir uns zu diesem Zweck nochmals der Schrift *De circuli quadratura* zu.

Zu Beginn dieser Schrift stellt Cusanus zwei Gruppen von Mathematikern gegenüber. Die erste Gruppe hält eine Kreisquadratur für möglich, da sie den Zwischenwertsatz als gültig ansieht. Diese Mathematiker argumentieren so: Da umbeschriebene Vielecke einen größeren Umfang und einbeschriebene Vielecke einen kleineren Umfang als der isoperimetrische Kreis haben, muss es auch ein Vieleck geben, das den gleichen Umfang wie der Kreis hat. Die andere Gruppe leugnet die Möglichkeit der Kreisquadratur, weil sie den Zwischenwertsatz bei inkommensurablen Größen nicht zulässt. Kreisfläche und geradlinig begrenzte Flächen gehören zu verschiedenen Gattungen und stehen daher in keinem rationalen Verhältnis, sind also inkommensurabel. Unter dieser Voraussetzung ist eine Quadratur des Kreises unter Berufung auf den Zwischenwertsatz unmöglich.²⁷

Cusanus nimmt nun demgegenüber eine dritte Position ein. Wenn eine Quadratfläche zu konstruieren ist, die einer gegebenen Kreisfläche gleich sein soll, dann stellt sich die Frage: Was heißt hier eigentlich »gleich«? Ist die Fläche eines Quadrates größer als die eines Kreises, so unterscheidet sie sich stets um einen bestimmten Bruchteil ihrer eigenen Fläche oder der des Kreises von diesem Kreis. Das gleiche gilt für die Fläche eines Quadrats, das kleiner ist als ein Kreis. »Gleich« heißt also für Cusanus dasjenige Quadrat, das weder um den kleinsten Teil seiner selbst (oder des Kreises) größer oder kleiner ist als der Kreis. Allgemein gesprochen fasst

²⁷ *De circuli quadratura*, [3] bis [5].

Cusanus »Gleichheit« hier so auf, dass er dasjenige einem anderen gleich erklärt, welches das andere um keinen noch so kleinen Teil übertrifft oder von diesem übertroffen wird.²⁸ Daraus schließt Cusanus: »Wenn man also »gleich« so auffasst, so glaube ich, dass es wahr ist, dass zum gegebenen Umfang eines Vieleckes ein gleicher Umfang eines Kreises angebar ist und umgekehrt.«²⁹ Mit einem solchen modifizierten Begriff der Gleichheit wird daher jetzt eine Kreisquadratur möglich. Dabei werden erstmals auch Näherungslösungen als gleichwertig mit »genauen« Lösungen zugelassen. Zugleich erreicht Cusanus auch damit, dass sein Koinzidenzprinzip auf diese Weise durch die Mathematik nicht in Frage gestellt wird.

Vergleichen wir die Definition der Gleichheit, die Cusanus hier als zulässig akzeptiert, zum Beispiel mit derjenigen, welche Gottfried Wilhelm Leibniz um 1700 in der Kontroverse um die infinitesimalen Größen postuliert hat, so stellen wir eine auffallende Parallele fest. Leibniz lehnte es z.B. in der Diskussion mit dem niederländischen Mathematiker Bernhard Nieuwentijt entschieden ab, zwei Größen nur dann als gleich anzuerkennen, wenn ihre Differenz null ist. Er postuliert demgegenüber unter Berufung auf Archimedes einen Begriff von Gleichheit, welcher die Definition des Cusanus sehr nahe kommt. Zwei Größen sind nach Leibniz als gleich zu betrachten, wenn es gelingt, ihre Differenz stets kleiner als jede beliebige noch so kleine Größe zu machen.³⁰ Dass Leibniz hier den Kern der Definition des mathematischen Grenzwerts trifft, wird jeder bestätigen, der die exakte und widerspruchsfreie Definition dieses Grundbegriffes der Infinitesimalmathematik kennt. Diese wird allerdings erst im 19. Jahrhundert von Augustin Louis Cauchy einwandfrei formuliert. Führt aber deshalb eine direkte Linie von Cusanus zu Leibniz, von den cusanischen Quadraturversuchen zur Infinitesimalrechnung? Hier ist große Vorsicht angebracht.

²⁸ »Eo enim modo ceperunt aequale, ut scilicet id sit alteri aequale, quod nulla parte aliquota, quantumcumque minima, aliud excedit aut exceditur.« *De circuli quadratura*, [11].

²⁹ »Sic aequale capiendum puto verum esse, quod datae peripheriae polygonicae dabilis sit peripheria circuli aequalis et e converso.« *De circuli quadratura*, [11].

³⁰ »Caeterum aequalia esse puto, non tantum quorum differentia est omnino nulla, sed et quorum differentia est incomparabiliter parva.« G. W. Leibniz, *Responsio ad nonnullas difficultates*, a Dn. Bernard Nieuwentijt circa methodum differentialem seu infinitesimalem motus, *Acta Eruditorum*, Lipsiae, Julii 1695, p. 311.

Cusanus hatte eine besondere Vorliebe für die Mathematik. Ihre Gegenstände waren für ihn die sichersten Maßstäbe, über die der menschliche Geist verfügt. Der Mensch ist für Cusanus nicht einfach wie jedes andere geschaffene Sein *explicatio*, sondern wegen der Schöpferkraft seines Geistes *imago Dei*. So wie Gott die Welt der sinnlich wahrnehmbaren Dinge erschaffen hat, so hat nämlich der Mensch die Welt der begrifflichen Dinge hervorgebracht, unter denen die mathematischen Objekte und ihrer Strukturen eine ausgezeichnete Rolle spielen. Das Hervorgehen aus dem menschlichen Geist und ihre Aufgehobenheit in diesem garantieren zugleich die Gewissheit, mit der die mathematischen Objekte vom Menschen gewusst und erkannt werden. Dies prädestiniert sie in besonderer Weise zu Instrumenten für eine *theologia mathematica*. Von dieser eingangs skizzierten instrumentalischen Sicht der Mathematik war es aber für Cusanus noch ein weiter Weg bis zum Entwurf konkreter Lösungsverfahren für das fachmathematische Problem der Kreisquadratur.

Des Cusanus Versuche sind sicherlich auch heute noch vom fachlichen Standpunkt aus meist als unzureichend zu beurteilen. Immerhin befasste er sich aber mit einem der schwierigsten der damals ungelösten Probleme der Mathematik. Cusanus kannte zwar Euklids *Elemente* und des Archimedes Versuche zur Kreisquadratur. Er ging jedoch über Euklid hinaus, indem er auch ungenaue Näherungslösungen prinzipiell zuließ und so das Koinzidenzprinzip für seine mathematischen Versuche nutzbar machte. Er ließ aber auch Archimedes hinter sich, indem er die Kreisquadratur nicht mehr durch Folgen der einem gegebenen Kreis ein- und umbeschriebener Vielecke versuchte, sondern dazu erstmals Folgen isoperimetrischer Vielecke benutzte, um mit diesen Umfang und Fläche des zugehörigen Kreises zu bestimmen. Dies alles waren Ideen, die den Horizont der meisten Mathematiker seiner Zeit weit übertrafen. Leider verfügte Cusanus jedoch nicht über das nötige fachmathematisch-technische Rüstzeug und die »handwerkliche« Ausbildung, um diese Ideen stringent zu verwirklichen. Zukunftsweisend sind daher nicht die konkreten Inhalte und Resultate seiner Schriften, sondern die diese leitenden Grundgedanken. Diese sind nun aber gerade nicht fachwissenschaftlicher Art. Mindestens das Koinzidenzprinzip ist aus der *theologia mathematica* der *Docta ignorantia* genommen. Das Besondere bei Cusanus besteht somit darin, dass er seine theologisch-philosophische Prinzipien durch geeignete neue

Konzepte modifizierte und diese damit auch für seine fachmathematischen Untersuchungen nutzbar machen konnte. So entwarf er z.B. – wie wir gesehen haben – einen neuen Begriff von Gleichheit, der es ihm möglich machte, das Koinzidenzprinzip, das er zunächst von der Mathematik ausgeschlossen wissen wollte, bei fachmathematischen Untersuchungen erfolgreich einzusetzen.

Umgekehrt sah Cusanus in der erfolgreichen Anwendung des Koinzidenzprinzips in der Mathematik eine Bestätigung für dessen Fruchtbarkeit auch in Theologie und Philosophie. Mathematik und Theologie gehören daher für Cusanus untrennbar zusammen. Dies wird besonders deutlich, wenn er seiner Schrift *De mathematicis complementis* eine ergänzende Schrift *De theologicis complementis* beifügt.³¹ So wie er einst die theologischen Figuren aus *De docta ignorantia* mathematisch nutzbar machte, verwandelt er nun in dieser Schrift die mathematischen Figuren in theologische. Denn, so hält er fest, »was in der Mathematik wahr ist, wird wahrer in der Theologie sein.«³² Die theologischen Wahrheiten werden von der Mathematik ebenso gestützt wie die mathematischen von der Theologie. Diese Einsicht hebt Cusanus über den bloßen Fachmathematiker hinaus. Wenn wir dies bedenken, werden wir davor bewahrt, Cusanus einseitig als Fachmathematiker, der mit fragwürdigen Methoden dilettierte, zu betrachten. Wir können ihn aber andererseits auch nicht mehr vorschnell und vorbehaltlos zu den direkten Vorläufern der Infinitesimalmathematik des 18. Jahrhunderts zählen. Das eben macht die Bedeutung des Cusanus und seiner mathematischen Gedanken in der Geschichte der Wissenschaften aus, dass er beides war: *theologus mathematicus* und *mathematicus theologicus*.

³¹ Zum Verhältnis beider Schriften vgl. K. Flasch, Nikolaus von Kues. Geschichte einer Entwicklung, Frankfurt a. M. 1998, S. 392–410.

³² »Si sic est in mathematicis, sic erit verius in theologicis.« *De theologicis complementis*, h. X, Fasc. 2a, S. 14, Z. 19–20.

